



ΘΕΜΑΤΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Καθώς ο σκιέρ, μάζας 70kg, κατεβαίνει την επίπεδη πλαγιά, γωνίας κλίσης φ , δέχεται τη δύναμη της αντίστασης του αέρα, το μέτρο της οποίας είναι της μορφής $F_a = k \cdot v^2$, όπου k μια σταθερά που εξαρτάται από την πυκνότητα του αέρα και το εμβαδόν της επιφάνειας του σκιέρ και έχει τιμή $k=0,36\text{kg/m}$.

Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ των παγοπέδλων του σκιέρ και της πλαγιάς είναι $\mu=0,4$ και το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Για τη γωνία φ ισχύει $\eta\mu\varphi=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi=0,8$.



A. Να περιγράψετε αναλυτικά το είδος της κίνησης που εκτελεί ο σκιέρ καθώς κατεβαίνει την πλαγιά.

B. Η μέγιστη ταχύτητα που θα αποκτήσει ο σκιέρ κατεβαίνοντας την πλαγιά ισούται περίπου με:

i. 18,2 m/s

ii. 23,3 m/s

iii. 34,1 m/s

iv. 28,6 m/s

Μονάδες 10 (5+5)

ΛΥΣΗ



A. Ισχύει : $\Sigma F_x = ma \Rightarrow w_x - T - F_a = ma \Rightarrow mgh\mu\varphi - \mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi - kv^2 = ma$

Καθώς ο σκιέρ κατεβαίνει, η ταχύτητά του αυξάνεται, άρα η συνολική δύναμη που του ασκείται μειώνεται, άρα μειώνεται και το μέτρο της επιτάχυνσης. Ο σκιέρ εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση με συνεχώς ελαττούμενο μέτρο επιτάχυνσης.

B. Θα αποκτήσει μέγιστη ταχύτητα όταν $a=0$, άρα $mgh\mu\varphi - \mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi - kv^2 = 0$, από όπου προκύπτει $v=23,3\text{m/s}$.



ΘΕΜΑ 2^ο

Ένα μικρό αυτοκίνητο Α είναι σταματημένο σε ένα φανάρι. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ανάβει πράσινο και το αυτοκίνητο Α αρχίζει να κινείται με σταθερή επιτάχυνση μέτρου α , ενώ την ίδια στιγμή περνάει δίπλα του ένα δεύτερο μικρό αυτοκίνητο Β, το οποίο κινείται συνεχώς με σταθερή ταχύτητα. Το αυτοκίνητο Α κάποια στιγμή αρχίζει να επιβραδύνεται με σταθερή επιτάχυνση ίδιου μέτρου α . Τη χρονική στιγμή που το αυτοκίνητο Α ακινητοποιείται, περνάει από δίπλα του το αυτοκίνητο Β. Συμβολίζουμε με d_1 τη μέγιστη απόσταση που προηγήθηκε το αυτοκίνητο Α του αυτοκινήτου Β και με d_2 τη μέγιστη απόσταση που προηγήθηκε το αυτοκίνητο Β του αυτοκινήτου Α. Θεωρούμε ότι τα δύο αυτοκίνητα κινούνται σε παράλληλες λωρίδες κυκλοφορίας. Οι διαστάσεις των αυτοκινήτων θεωρούνται αμελητέες σε σχέση με τις αποστάσεις d_1 και d_2 . Η σχέση που συνδέει τις αποστάσεις d_1 και d_2 είναι:



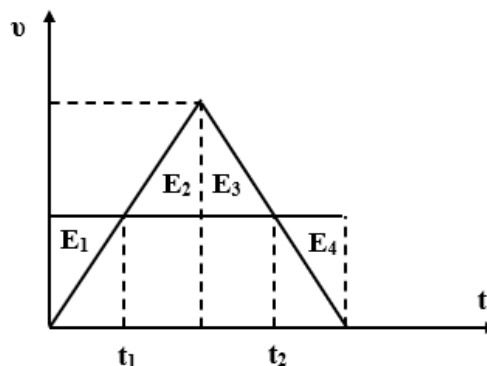
- i. $d_2 = d_1$ ii. $d_2 = 2d_1$ iii. $d_2 = 3d_1$ iv. $d_2 = 4d_1$

Μονάδες 15

ΛΥΣΗ

Σωστή απάντηση είναι η **i**.

Από την κοινή γραφική παράσταση $v-t$ των δύο αυτοκινήτων, λόγω σταθερού μέτρου επιτάχυνσης, ισχύει $E_2 = E_3$ και $E_1 = E_4$. Τα 4 εμβαδά των τριγώνων είναι ίσα: $E_1 = E_2 = E_3 = E_4$, έτσι ώστε το συνολικό διάστημα που διένυσαν τα δύο αυτοκίνητα, δηλαδή τα συνολικά τους εμβαδά, να είναι ίσα. Η μέγιστη απόσταση d_2 τη χρονική στιγμή t_1 που οι ταχύτητες είναι ίσες, ισούται με το εμβαδό E_1 . Η μέγιστη απόσταση d_1 τη χρονική στιγμή t_2 που οι ταχύτητες είναι ξανά ίσες, ισούται με $E_2 + E_3 - E_1$, άρα ισούται με E_1 . Επομένως $d_2 = d_1$.





ΘΕΜΑ 3^ο

Ένα ελικόπτερο αιωρείται σε ύψος 18 m από την επιφάνεια της θάλασσας. Ένας διασώστης, των ειδικών δυνάμεων της πυροσβεστικής μάζας 80kg, στα πλαίσια της εξάσκησής του, κατεβαίνει κατακόρυφα, με τη βοήθεια αβαρούς και μη εκτατού σχοινιού, που έχει όριο θραύσης $T=780\text{N}$. Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$. Θεωρήστε μικρές τις διαστάσεις του ανθρώπου και αμελητέα την επίδραση του αέρα στην κίνηση του διασώστη. Τον διασώστη τον κατεβάζουν δεμένο με σχοινί, χωρίς να καταβάλει προσπάθεια ο ίδιος.



A. Τι θα τους συμβουλεύατε προκειμένου να τον κατεβάσουν με ασφάλεια, να τον κατεβάσουν με σταθερή ταχύτητα ή με σταθερή επιτάχυνση και γιατί;

B. Ποια είναι η μικρότερη δυνατή ταχύτητά του, τη στιγμή που φτάνει στην επιφάνεια της θάλασσας, για να μην κοπεί το σχοινί;

- i. 2m/s ii. 3m/s iii. 4m/s iv. 5m/s

Μονάδες 15 (5+10)

ΛΥΣΗ

A. Η κίνηση του ανθρώπου είναι υποχρεωτικά επιταχυνόμενη γιατί $w > T_{\theta\rho}$. Ισχύει $w - T = ma$.

B. Σωστή απάντηση η **ii**.

Η ελάχιστη ταχύτητα αντιστοιχεί στην ελάχιστη επιτάχυνση, που προκύπτει όταν $T = T_{\theta\rho}$. Συνεπώς, $mg - T_{\theta\rho} = ma_{\min}$, άρα $a_{\min} = 0,25\text{m/s}^2$.

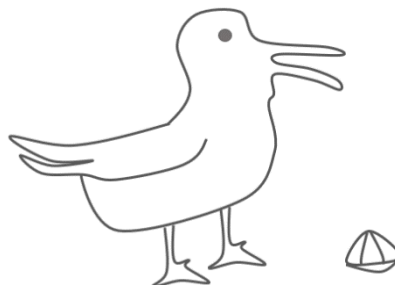
$$\text{Ισχύει ότι } h = \frac{1}{2} a_{\min} t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{a_{\min}}} \quad (1) \quad \text{και } v_{\min} = a_{\min} t \quad (2).$$

$$\text{Από τις (1) και (2) προκύπτει } v_{\min} = \sqrt{2ha_{\min}} \Rightarrow v_{\min} = 3\text{m/s}.$$

ΘΕΜΑ 4^ο



Ένας γλάρος που βρίσκεται στην παραλία, δίπλα σε κατακόρυφο βράχο, βρίσκει ένα μικρό κοχύλι. Το αρπάζει και τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ αρχίζει να πετάει κατακόρυφα προς τα πάνω με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $\alpha = 0,5 \text{ m/s}^2$. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 8 \text{ s}$ αφήνει το κοχύλι να πέσει. Τρεις φίλοι Α, Β, Γ είναι ξαπλωμένοι στην παραλία πίσω από έναν θάμνο και μπορούν να βλέπουν τον βράχο από ύψος $H = 16 \text{ m}$ και πάνω.



Α. Ο Α είπε ότι δεν είδε καθόλου το κοχύλι, ο Β είπε ότι είδε το κοχύλι να διανύει διάστημα 80 cm και ο Γ ότι είδε το κοχύλι να διανύει διάστημα $1,6 \text{ m}$. Ποιος από τους τρεις φίλους είναι ο σωστός; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Β. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 8 \text{ s}$ ένα πετραδάκι ξεκολλάει από την κορυφή του βράχου και πέφτει κατακόρυφα. Έστω v_{Π} και v_K τα μέτρα των ταχυτήτων που έχει κάθε χρονική στιγμή το πετραδάκι και το κοχύλι αντίστοιχα. Να κάνετε στο τετράδιό σας, με πλήρη αιτιολόγηση, τη γραφική παράσταση της διαφοράς $\Delta v = v_{\Pi} - v_K$ με το χρόνο t , από τη χρονική στιγμή $t_1 = 8 \text{ s}$ έως τη χρονική στιγμή $t_2 = 9 \text{ s}$. Η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα και το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας ισούται με $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Μονάδες 15 (5+10)

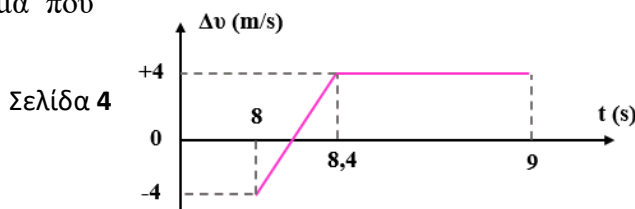
ΛΥΣΗ

Α. Σωστός είναι ο Γ.

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 8 \text{ s}$ ο γλάρος και το κοχύλι έχουν ανοδική ταχύτητα $v_1 = \alpha t_1 = 0,5 \cdot 8 = 4 \text{ m/s}$ και έχουν φτάσει σε ύψος $h = \frac{1}{2} \alpha t^2 = \frac{1}{2} 0,5 \cdot 8^2 = 16 \text{ m}$ από την παραλία. Η ταχύτητα που έχει το κοχύλι θα μηδενιστεί σε χρονικό διάστημα Δt : $0 = 4 - 10 \Delta t \Leftrightarrow \Delta t = 0,4 \text{ s}$, στο οποίο θα έχει διανύσει διάστημα $s = 4 \cdot 0,4 - \frac{1}{2} 10 \cdot 0,4^2 = 1,6 - 0,8 = 0,8 \text{ m}$. Άρα οι τρεις φίλοι θα δουν ότι το κοχύλι έχει διανύσει διάστημα $0,8 + 0,8 = 1,6 \text{ m}$.

Β. Το πετραδάκι και το κοχύλι θα αποκτήσουν ίσα μέτρα ταχύτητας τη χρονική στιγμή t_3 : $4 - 10 \cdot (t_3 - 8) = 10 \cdot (t_3 - 8) \Leftrightarrow 20 \cdot (t_3 - 8) = 4 \Leftrightarrow t_3 = 8,2 \text{ s}$, στην οποία ισχύει ότι $\Delta v = v_{\Pi} - v_K = 0$.

Από $t_1 = 8 \text{ s}$ έως $t_4 = 8,4 \text{ s}$ ισχύει: $\Delta v = v_{\Pi} - v_K = 10 \cdot \Delta t - (4 - 10 \cdot \Delta t) = 20 \cdot \Delta t - 4$, επομένως είναι ευθύγραμμο τμήμα που





ξεκινάει από το σημείο (8 s, -4 m/s) και καταλήγει στο σημείο (8, 4 s, +4 m/s).

Μετά τη χρονική στιγμή $t_4 = 8,4$ s ισχύει:

$$\Delta v = v_{\Pi} - v_K = 4 + 10 \cdot \Delta t - 10 \cdot \Delta t = 4 \text{ m/s}.$$

Άρα η ζητούμενη γραφική παράσταση φαίνεται στο διαγραμμα.

ΘΕΜΑ 5^ο

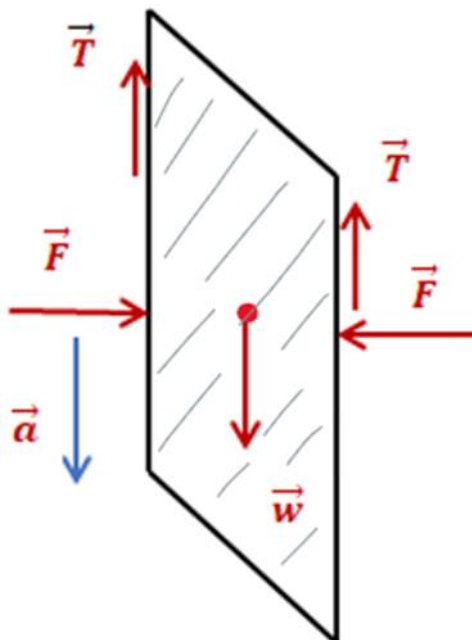
Μια λεπτή σανίδα βάρους w διατηρείται κατακόρυφη σε κάποιο ύψος από το έδαφος, καθώς συγκρατείται ανάμεσα στις παλάμες των χεριών μας. Αν ελαττώσουμε την πίεση ανάμεσα στη σανίδα και στις παλάμες μας, αυτή γλιστρώντας, αποκτά επιτάχυνση μέτρου $a=0,1g$ ενώ δέχεται κάθετη δύναμη από κάθε παλάμη $F=\frac{3w}{2}$.

Ο συντελεστής τριβής μ ανάμεσα σε κάθε παλάμη και στην επιφάνεια της σανίδας είναι ίσος με:

- i. 0,3 ii. 0,4 iii. 0,5 iv. 0,6

Μονάδες 10

ΛΥΣΗ



Η σανίδα επιταχύνεται προς τα κάτω με επιτάχυνση $a=0,1g$, οπότε:

$$\Sigma F = ma \Rightarrow w - 2T = ma \Rightarrow w - 2T = 0,1mg \Rightarrow w - 0,1w = 2T \Rightarrow 0,9w = 2T \quad (1).$$

$$\text{Από τον νόμο της τριβής } T = \mu F \Rightarrow T = \mu \frac{3w}{2} \Rightarrow T = \frac{3}{2}\mu w \quad (2).$$

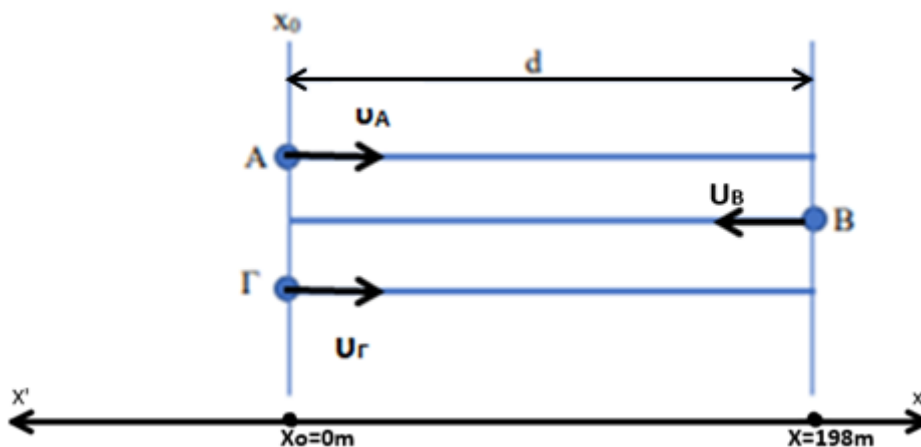


Από τις σχέσεις (1) και (2) : $0,9w = 2 \cdot \frac{3}{2} \mu w \Rightarrow \mu = 0,3$

ΘΕΜΑ 6^ο

Δύο σώματα Α και Β κινούνται σε παράλληλες τροχιές και η απόστασή τους, κατά τη διεύθυνση της κίνησής τους, είναι $d=198\text{m}$, όπως φαίνεται και στο σχήμα. Τη χρονική στιγμή $t_0=0\text{s}$ ένα σώμα Γ, που κινείται προς τα δεξιά με σταθερή ταχύτητα $v_0=4\text{m/s}$ πάνω σε παράλληλη τροχιά με τα άλλα, βρίσκεται στη θέση $x_0=0\text{m}$. Ταυτόχρονα, το σώμα Β ξεκινάει να κινείται προς τα αριστερά με σταθερή επιτάχυνση. Το σώμα Α ξεκινάει να κινείται προς τα δεξιά μετά από χρονικό διάστημα $\Delta t=3\text{s}$ με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_A=2\text{m/s}^2$.

- Α. Να γραφούν οι εξισώσεις κίνησης για τα τρία σώματα.
- Β. Να υπολογιστεί η χρονική στιγμή και η θέση συνάντησης των σωμάτων Α και Γ.
- Γ. Να υπολογιστεί το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος Β, ώστε να φτάσει στην ίδια θέση x συνάντησης των Α και Γ, ταυτόχρονα με αυτά.
- Δ. Να γίνουν, στο ίδιο διάγραμμα στο τετράδιό σας, οι γραφικές παραστάσεις ταχύτητας-χρόνου για τα τρία σώματα.



Μονάδες 15 (3+3+3+6)



ΛΥΣΗ

α.

$$x_A = \frac{1}{2}a_A(t - \Delta t)^2 = (t - 3)^2 c \text{ στο SI} \quad (1)$$

$$x_B = d - \frac{1}{2}a_B t^2 = 198 - \frac{81}{2}a_B \text{ στο SI} \quad (2)$$

$$x_\Gamma = v_0 t = 4t \text{ στο SI} \quad (3)$$

β.

Έχουμε συνάντηση όταν $x_A = x_\Gamma$. Από τις (1) και (3) προκύπτει:

$$(t - 3)^2 = 4t \Leftrightarrow t^2 - 10t + 9 = 0 \Leftrightarrow t = 1\text{s και } t = 9\text{s.}$$

Η λύση $t = 1\text{s}$ απορρίπτεται, αφού το Α δεν θα έχει ξεκινήσει ακόμη.

Θα είναι δε $x_A = x_\Gamma = 36\text{m}$.

γ.

Πρέπει $x_B = 36\text{m}$. Από την (2) προκύπτει:



$$198 - \frac{81}{2}a_B = 360 \Leftrightarrow a_B = 4 \frac{m}{s^2}$$

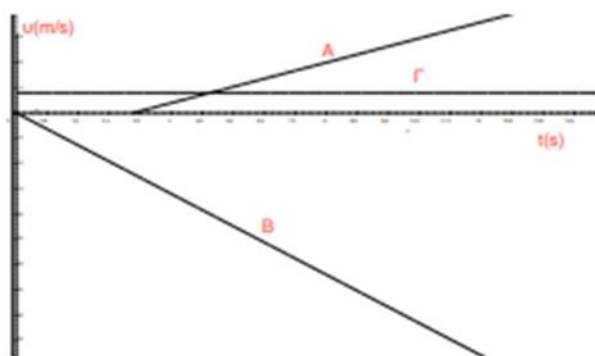
δ.

Είναι:

$$v_A = a_A(t - \Delta t) = 2(t - 3), \text{ με } t \geq 3s, \text{ στο SI} \quad (4)$$

$$v_B = -a_B t = -4t \text{ στο SI} \quad (5)$$

$$v_\Gamma = 4 \text{ στο SI} \quad (6)$$



ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

Προκειμένου να μελετήσουμε την πτώση ενός σώματος χρησιμοποιούμε τη διάταξη της φωτογραφίας



Η διάταξη αποτελείται από έναν ηλεκτρομαγνήτη στην κορυφή, που συγκρατεί μία σιδερένια μπίλια. Κάτω από τον ηλεκτρομαγνήτη υπάρχουν δύο φωτοπύλες. Πατώντας το κατάλληλο κουμπί του χρονομετρητή, διακόπτεται το ρεύμα που διαρρέει τον ηλεκτρομαγνήτη ενώ ταυτόχρονα αρχίζει η μέτρηση του χρόνου. Πέφτοντας η μπίλια περνάει πρώτα από την πάνω φωτοπύλη και μετά από την κάτω. Έτσι το όργανο στο τέλος μας δίνει δύο χρόνους t_1 και t_2 . Ο χρόνος t_1 είναι ο χρόνος από τη στιγμή που διακόπηκε το ρεύμα με αποτέλεσμα να αφηθεί η μπίλια μέχρι τη στιγμή που πέρασε από την πρώτη φωτοπύλη. Ο χρόνος t_2 είναι ο χρόνος από τη στιγμή που διακόπηκε το ρεύμα και αφέθηκε η

μπίλια μέχρι τη στιγμή που πέρασε από την δεύτερη φωτοπύλη.

Κάθε φορά μπορούμε να μεταβάλλουμε τη θέση των φωτοπυλών και να μετρήσουμε την απόσταση ανάμεσα στις δύο φωτοπύλες. Οι μετρήσεις που πήραμε ήταν οι εξής:



Δh (cm)	t_1 (ms)	t_2 (ms)	$t_2^2 - t_1^2$ (s ²)
10,5	122,4	193,2	
15,5	122,3	218,2	
20,8	123	243,2	
28,5	122,5	274,1	
36,4	123,2	303,3	

Από τις μετρήσεις αυτές θέλουμε να ελέγξουμε δύο πράγματα:

1. Αν η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη
2. Στην περίπτωση που είναι ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη πόση είναι η επιτάχυνση της κίνησης.

Για την απάντηση του πρώτου ερωτήματος κάνουμε τη γραφική παράσταση $\Delta h = f(t_2^2 - t_1^2)$

1. Συμπληρώστε την 4^η στήλη του πίνακα γράφοντας τις τιμές με το σωστό αριθμό δεκαδικών ψηφίων και κάντε σε μιλιμετρέ την παραπάνω γραφική παράσταση. Τι παριστάνει η κλίση της;
2. Βρείτε για κάθε μέτρηση την επιτάχυνση και τη μέση τιμή της επιτάχυνσης της κίνησης με το σωστό αριθμό δεκαδικών ψηφίων.
3. Βρείτε τη μεγαλύτερη τιμή της επιτάχυνσης καθώς και τη μικρότερη. Προσδιορίστε την απόκλιση της επιτάχυνσης $\Delta a = a_{\max} - a_{\min}$
4. Θεωρώντας ότι το σφάλμα της μέτρησης είναι ίσο με το μισό της απόκλισης $\delta a = \Delta a / 2$ γράψτε την επιτάχυνση με τη μορφή $a = \bar{a} \pm \delta a$
5. Τι συμπεράσματα βγάζετε για τις δύο παραπάνω υποθέσεις που θέλατε να ελέγξετε;
6. Εάν η επιτάχυνση της βαρύτητας στο εργαστήριο που έγινε το πείραμα γνωρίζετε ότι είναι $g = 981 \text{ cm/s}^2$ τι ερμηνεία δίνετε για τα συμπεράσματά σας;

Μονάδες 20 (4+3+4+3+3+3)

ΛΥΣΗ

Θα πρέπει να συμπληρωθεί ο πίνακας όπως πιο κάτω. Η τέταρτη στήλη θα πρέπει να γραφτεί με ακρίβεια 3 δεκαδικών για να έχουμε 4 σημαντικά ψηφία όσα είναι και τα σημαντικά ψηφία της 2^{ης} και 3^{ης} στήλης. Η επιτάχυνση στο τέλος θα πρέπει να γραφτεί χωρίς δεκαδικά αφού τότε θα έχει 3 σημαντικά ψηφία όσα και αυτά της πρώτης στήλης. Η επιτάχυνση της 4^{ης} στήλης δίνεται από τη σχέση:

$$a = \frac{2\Delta h}{t_2^2 - t_1^2}$$



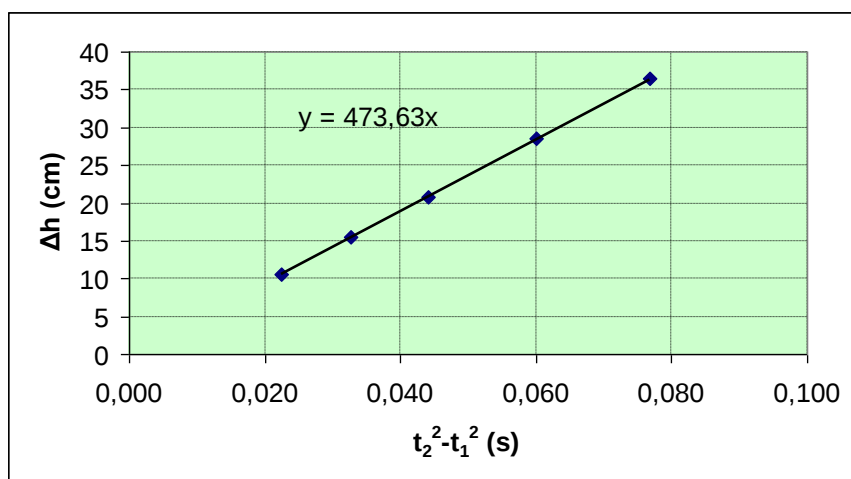
Δh (cm)	t_1 (ms)	t_2 (ms)	$t_2^2 - t_1^2$ (s ²)	a cm/s ²
10,5	122,4	193,2	0,022	940
15,5	122,3	218,2	0,033	949
20,8	123	243,2	0,044	945
28,5	122,5	274,1	0,060	948
36,4	123,2	303,3	0,077	948

Ο μέσος όρος είναι $\bar{a} = 946 \text{ cm/s}^2$

Η διασπορά των μετρήσεων που φανερώνει και το σφάλμα των μετρήσεων κατ' υπερβολή, είναι $\delta a = \Delta a / 2 = (949 - 940) \text{ m/s}^2 = 4,5 \text{ cm/s}^2$

$$\text{Άρα } a = (946 \pm 5) \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

Η γραφική παράσταση είναι όπως παρακάτω:



Τα συμπεράσματά μας από την επεξεργασία των πειραματικών μας δεδομένων είναι ότι

1. η κίνηση είναι Ε.Ο.Ε αφού η γραφική μας παράσταση είναι μία πολύ καλή ευθεία.
2. η επιτάχυνση δεν είναι 981 cm/s^2 . Αυτό μπορεί να οφείλεται είτε σε παράγοντες που δεν λάβαμε υπόψη, όπως πχ μία σταθερή αντίσταση του αέρα, είτε σε συστηματικό σφάλμα του οργάνου. Για να διαπιστώσουμε τι συμβαίνει θα πρέπει να επαναλάβουμε το πείραμα χρησιμοποιώντας έναν άλλον χρονομετρητή, είτε να χρησιμοποιήσουμε μία άλλη διάταξη.