



**ΘΕΜΑ Α**

Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό κάθε πρότασης και δίπλα το γράμμα Σ, για τη σωστή πρόταση, και το γράμμα Λ για τη λανθασμένη, χωρίς αιτιολόγηση.

**A1.** Σε μια φθίνουσα ταλάντωση η δύναμη απόσβεσης είναι της μορφής  $F = -bv$ , και η σταθερά απόσβεσης  $b$  είναι πολύ μικρή. Το ποσοστό μείωσης του πλάτους και η απώλεια ενέργειας, ανά μια περίοδο, διαρκώς μειώνονται.

**A2.** Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση με  $\omega_{εξ} \neq \omega_0$  η ενέργεια που προσφέρει ο διεγέρτης στο σύστημα στη διάρκεια μιας περιόδου, μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια, δυναμική ενέργεια και θερμότητα.

**A3.** Σε μία χορδή, η οποία ταυτίζεται με τον ημιάξονα  $Ox$ , διαδίδεται αρμονικό κύμα που δημιουργείται από πηγή, η οποία ταλαντώνει το άκρο  $O$  της χορδής (σημείο αναφοράς  $x=0$ ) με εξίσωση  $y = A\eta\mu\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$ . Το υλικό σημείο  $\Gamma$  της

χορδής που βρίσκεται στη θέση  $x_{\Gamma} = +4\lambda$  φτάνει για 1<sup>η</sup> φορά στη θέση  $y = A\frac{\sqrt{2}}{2}$

με  $v > 0$  τη χρονική στιγμή  $\frac{33T}{8}$ .

**A4.** Ιδανικού ρευστό ρέει σε κάποιο σωλήνα. Κάποια στιγμή που η κινητική της ενέργεια έχει αυξηθεί κατά 180 J, η δυναμική της ενέργεια έχει ελαττωθεί κατά 60 J. Η ενέργεια που προσφέρθηκε στο ρευστό λόγω διαφοράς πίεσης είναι 240 J.

**A5.** Το δεξί άκρο μιας χορδής μήκους  $L$  είναι ακλόνητα στερεωμένο ενώ το αριστερό εκτελεί Α.Α.Τ. συχνότητας  $f$ . Το κύμα που δημιουργείται έχει μήκος κύματος  $\lambda = 0,4m$  και συμβάλλοντας με το εξ ανακλάσεως κύμα δημιουργεί στάσιμο κύμα, με κοιλία στο αριστερό άκρο της χορδής. Το ελάχιστο μήκος που μπορεί να έχει η χορδή ισούται με  $L_{\min} = 0,4m$ .

**A6.** Ένα σώμα που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα έχει στροφορμή μέτρου  $L_0$ . Αν ασκήσουμε στο σώμα σταθερή ροπή μέτρου  $\tau$ , τότε αυτό επιταχύνεται και μετά από χρόνο  $\frac{L_0}{2\tau}$ , το μέτρο της στροφορμής του γίνεται  $\frac{3L_0}{2}$ .

**A7.** Μια υδραυλική εγκατάσταση έχει μεταβλητό εμβαδόν διατομής. Από μια είσοδο 1 διατομής  $A$  εισέρχεται υγρό πυκνότητας  $\rho$  με ταχύτητα  $v$ . Από μια είσοδο 2 διατομής  $2A$  εισέρχεται υγρό πυκνότητας  $\frac{\rho}{2}$  με ταχύτητα  $2v$ . Μέσα στην εγκατάσταση συμβαίνει τέλεια ανάμειξη των δύο υγρών, οπότε το υγρό που

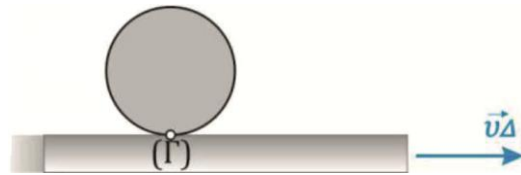


προκύπτει εξέρχεται από μια έξοδο εμβαδού διατομής  $\frac{A}{2}$ . Η πυκνότητα του εξερχόμενου υγρού είναι  $\frac{3}{2}\rho$ .

**A8.** Δύο σύγχρονες πηγές αρμονικών κυμάτων  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  βρίσκονται στην επιφάνεια υγρού και εκτελούν απλές αρμονικές ταλαντώσεις με εξισώσεις  $y_1 = y_2 = A\eta\mu(2\pi ft)$ . Ένα υλικό σημείο  $M$  της επιφάνειας του υγρού απέχει από τις πηγές  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  αποστάσεις  $r_1$  και  $r_2$  αντίστοιχα, με  $r_1 > r_2$ . Για να έχουμε αποσβεστική συμβολή στο σημείο  $M$ , πρέπει η συχνότητα των κυμάτων, τα οποία διαδίδονται με ταχύτητα μέτρου  $v$ , να είναι  $f = \frac{(2N+1)v}{2(r_1+r_2)}$ , με  $N=0,1,2,\dots$

**A9.** Σε ένα οριζόντιο δάπεδο βρίσκονται δύο ίδιες σφαίρες  $A$  και  $B$  ακτίνας  $r$  η κάθε μια. Η σφαίρα  $A$  κυλιέται (χωρίς ολίσθηση) και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με τη σφαίρα  $B$ , η οποία αρχικά είναι ακίνητη. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας  $A$ , που μεταβιβάστηκε στη σφαίρα  $B$  κατά την κρούση είναι 100%.

**A10.** Ομογενής δίσκος μάζας  $M$  και ακτίνας  $R$  εκτελεί σύνθετη κίνηση κατά μήκος κινούμενου οριζοντίου διαδρόμου, όπως φαίνεται και στο διπλανό σχήμα. Ο διάδρομος κινείται με ταχύτητα μέτρου  $v_\Delta$ . Αν ο δίσκος κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει, τότε το μέτρο της ταχύτητας του σημείου επαφής του με τον διάδρομο είναι μηδέν.



(Μονάδες  $2 \times 10 = 20$ )

### ΘΕΜΑ Β

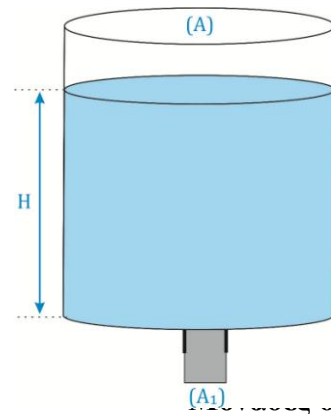
**B1.** Ανοικτό κυλινδρικό δοχείο εμβαδού διατομής  $A$  περιέχει νερό μέχρι ύψους

$H$ . Στον πυθμένα φέρει οπή εμβαδού  $A_1 = \frac{A}{3}$  κλεισμένη

με πώμα. Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g$ . Τη χρονική στιγμή  $t=0$  τραβάμε ακαριαία το πώμα από την οπή και το νερό αρχίζει να ρέει ανεμπόδιστα. Να αποδείξετε ότι ο ολικός χρόνος που απαιτείται ώστε να αδειάσει το δοχείο

δίνεται από τη σχέση  $t_{ολ} = 4\sqrt{\frac{H}{g}}$ . Αγνοείτε τις τριβές

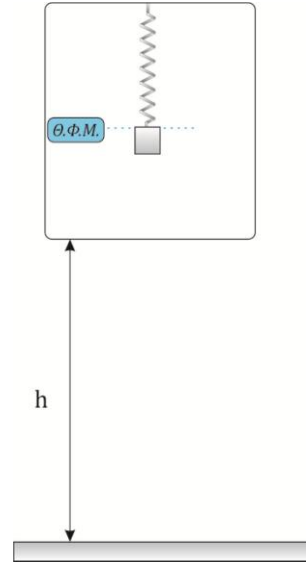
και το ιξώδες του νερού.



Μονάδες 5



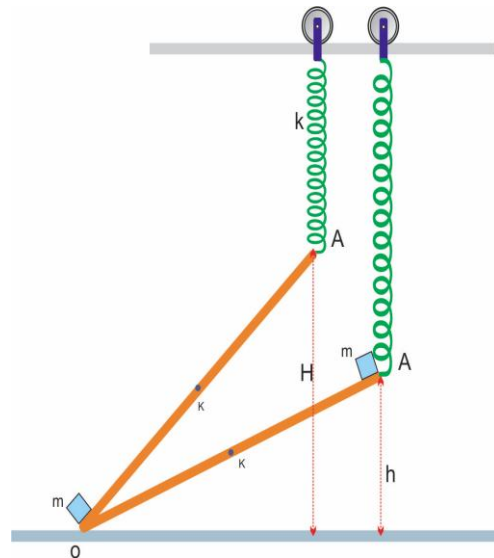
**B2.** Σε πειραματική διαδικασία στην οροφή ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου άκαμπτου μεταλλικού κλωβού, αναρτούμε ιδανικό ελατήριο σταθεράς  $k = 100 \text{ N/m}$  από το ελεύθερο άκρο του οποίου δένεται σώμα μάζας  $m = 1 \text{ kg}$ . Συγκρατούμε το σώμα ώστε το ελατήριο να βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Αφήνουμε το σύστημα να εκτελέσει ελεύθερη πτώση από ύψος  $h = 0,15 \text{ m}$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο κλωβός συγκρούεται με το έδαφος και ακινητοποιείται ακαριαία, ενώ τότε το σώμα αφήνεται ελεύθερο να εκτελέσει α.α.τ. Να υπολογίσετε τη μέγιστη δύναμη που δέχεται ο κλωβός από το ελατήριο. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$



Να θεωρήσετε ότι η δύναμη που δέχεται ο κλωβός από το έδαφος τη στιγμή της σύγκρουσής του με αυτό δεν επηρεάζει την ταχύτητα του σώματος.

**Μονάδες 5**

**B3.** Αβαρής λεία σανίδα OA μήκους  $l$  είναι δεμένη στο άκρο της A με ιδανικό ελατήριο σταθεράς  $k$  το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο κατάλληλα σε μικρή αβαρή τροχαλία η οποία μπορεί να κινείται χωρίς τριβές πάνω σε οριζόντιο οδηγό έτσι ώστε το ελατήριο να διατηρείται πάντα κατακόρυφο. Το άλλο άκρο O της σανίδας είναι αρθρωμένο σε λείο οριζόντιο επίπεδο όπως φαίνεται στο σχήμα. Ένα μικρό κιβώτιο μάζας  $m$  μεταφέρεται πολύ αργά κατά μήκος της σανίδας χωρίς τριβές, με αποτέλεσμα η κατακόρυφη απόσταση του άκρου A της σανίδας από H να γίνει  $h$ , με  $H = 2h$ . Το σύστημα βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Η ελάχιστη ενέργεια που απαιτείται για τη μεταφορά του σώματος είναι:



α.  $mgh$

β.  $\frac{1}{2} mgh$

γ.  $\frac{3}{2} mgh$

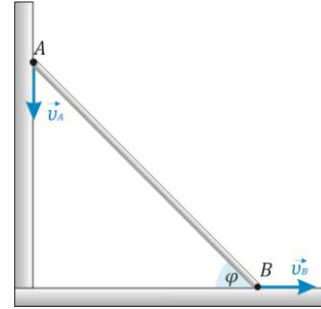
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g$ .

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 5**

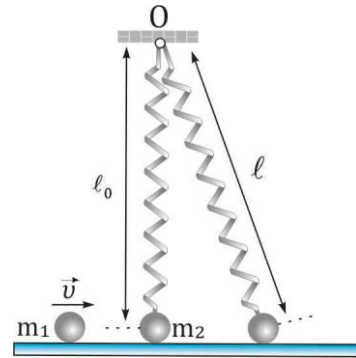


**B4.** Ομογενής ράβδος μήκους  $\ell$  ολισθαίνει σε κατακόρυφο επίπεδο, ώστε το άκρο A να εφάπτεται σε λείο κατακόρυφο τοίχο, ενώ το άκρο B σε λείο οριζόντιο δάπεδο, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Για τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο άκρων της ράβδου, να αποδείξετε ότι ισχύει  $\frac{v_B}{v_A} = \varepsilon \varphi$ , όπου  $\varphi$  είναι η γωνία που σχηματίζει κάθε στιγμή, η ράβδος με το λείο οριζόντιο δάπεδο.



**Μονάδες 5**

**B5.** Μικρή σφαίρα μάζας  $m_1$  κινούμενη με ταχύτητα μέτρου  $v$  πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται ελαστικά και κεντρικά με άλλη ακίνητη σφαίρα μάζας  $m_2 = 3m_1$ , η οποία είναι δεμένη στην άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k$  που βρίσκεται στο φυσικό του μήκος  $\ell_0$ , ενώ το άλλο του άκρο είναι στερεωμένο ακλόνητα από το σημείο O της οροφής. Η μέγιστη επιτρεπόμενη ταχύτητα  $v$ , ώστε μετά την κρούση το σώμα μάζας  $m_2$  να χάσει οριακά την επαφή του με το οριζόντιο επίπεδο, τη στιγμή που η παραμόρφωση του ελατηρίου είναι μέγιστη και το μήκος του ελατηρίου  $\ell$  έχει αυξηθεί κατά 20% σε σχέση με το φυσικό του μήκος, είναι:



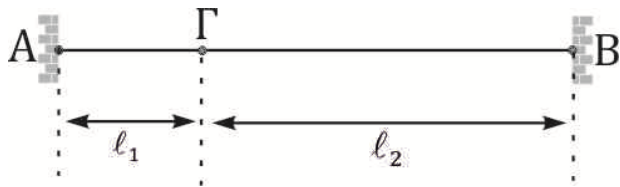
- α. 2 m/s
- β. 4 m/s
- γ. 6 m/s

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , το σφαιρίδιο μάζας  $m_1$  εκτελεί μόνο μεταφορική κίνηση. Αν το σφαιρίδιο μάζας  $m_2$  εκτελούσε α.α.τ. στο άκρο του ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k$  θα είχε κυκλική συχνότητα ταλάντωσης  $\omega = 6 \text{ rad/s}$ .

**Μονάδες 5**

**B6.** Μια χορδή αποτελείται από δυο διαφορετικές χορδές ΑΓ και ΓΒ, με μήκη  $\ell_1 = 0,6 \text{ m}$  και  $\ell_2 = 0,825 \text{ m}$  αντίστοιχα. Στη χορδή παράγεται κύμα συχνότητας  $f$  που διαδίδεται στο πρώτο κομμάτι της χορδής ΑΓ με ταχύτητα  $v_1 = 200 \text{ m/s}$  ενώ στο δεύτερο κομμάτι ΓΒ με ταχύτητα  $v_2 = 110 \text{ m/s}$ . Στη χορδή δημιουργείται στάσιμο κύμα.



- α. Ποια είναι η ελάχιστη συχνότητα με την οποία πρέπει να πάλλεται η χορδή, η οποία είναι δεμένη στα δυο άκρα της, ώστε στο σημείο συνένωσης (Γ) των δύο χορδών να δημιουργηθεί δεσμός;
- β. Πόσοι δεσμοί δημιουργούνται συνολικά στη χορδή AB τότε;

**Μονάδες 5**



### ΘΕΜΑ Γ (ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ)

Ομάδα μαθητών της Γ' Λυκείου και στο πλαίσιο των εργαστηριακών δραστηριοτήτων πραγματοποίησε την εργαστηριακή άσκηση «Μελέτη της κίνησης ενός σώματος αναρτημένου σε κατακόρυφο ελατήριο» με τα ακόλουθα υλικά:

- ένα πλήρη ορθοστάτη
- ένα ελατήριο σταθεράς  $K_0$
- ένα βαρίδι με μάζα  $M$  (πολύ μεγαλύτερη του ελατηρίου)
- ένα αισθητήρα απόστασης
- ένα αισθητήρα δύναμης
- μικροϋπολογιστή
- Laptop με κατάλληλο λογισμικό για την επεξεργασία πειραματικών δεδομένων.



Στην προσπάθειά τους να συναρμολογήσουν την διάταξη διαπίστωσαν ότι το ελατήριο είχε μεγάλο μήκος, και αποφάσισαν να το κόψουν στη μέση δημιουργώντας δύο πανομοιότυπα ελατήρια.

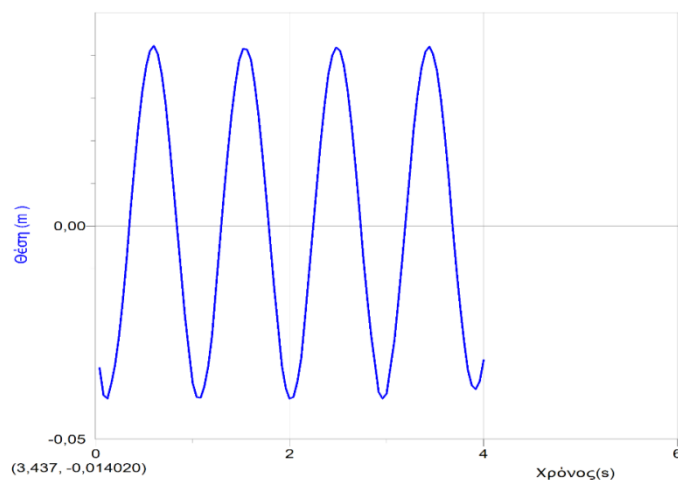
Χρησιμοποίησαν το ένα για την πειραματική τους μελέτη.

Έτσι συναρμολόγησαν την διάταξη της εικόνας.

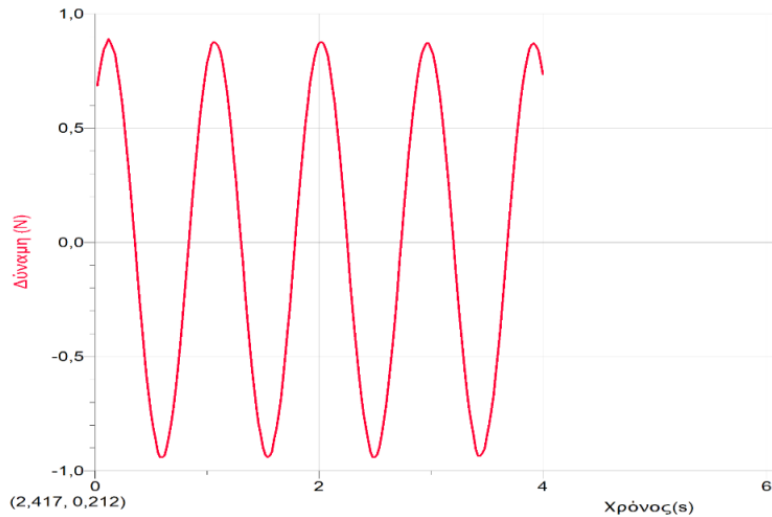
Απομάκρυναν το βαρίδι, κατακόρυφα από τη θέση ισορροπίας και το άφησαν ελεύθερο να κινηθεί.

Με τη βοήθεια του εξοπλισμού τους κατέγραψαν, για 4s,

- την απομάκρυνση του βαριδιού από τη θέση ισορροπίας (**Εικόνα 1**)
- την συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο βαρίδι (**Εικόνα 2**).

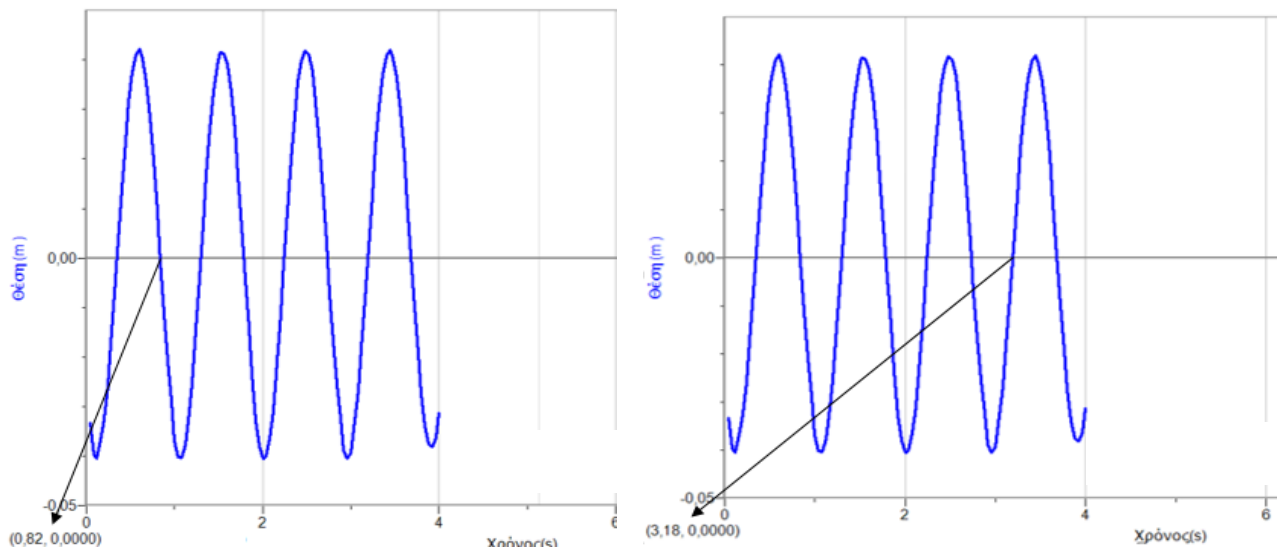


Εικόνα 1



Εικόνα 2

Στις δύο παρακάτω Εικόνες (3 και 4), τα βέλη δείχνουν τις τιμές  $(x - t)$  στα αντίστοιχα σημεία της γραφικής παράστασης θέσης - χρόνου.



**1<sup>η</sup> Ερώτηση.**

α. Η τροχιά του βαριδιού είναι ευθύγραμμη ή καμπυλόγραμμη;

**Μονάδες 1**

β. Από τα πειραματικά δεδομένα μπορείτε να συμπεράνετε αν η κίνηση είναι περιοδική και γιατί;

**Μονάδες 2**

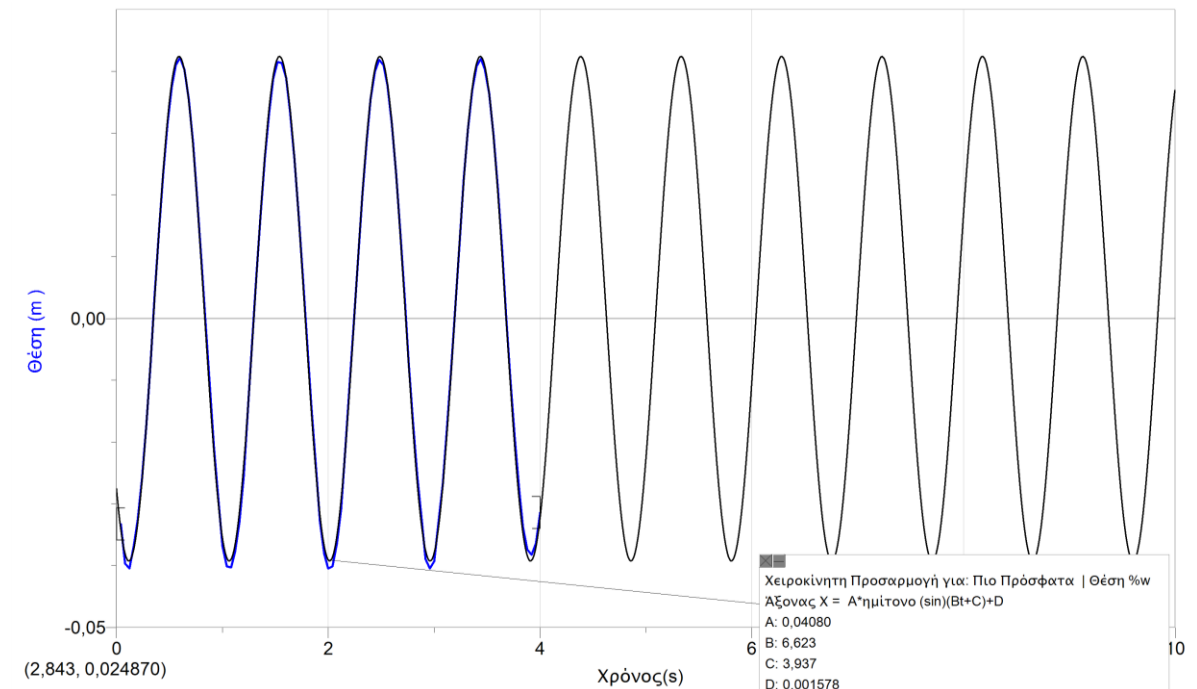
γ. Αν η κίνηση είναι περιοδική, ποια είναι η συχνότητά της;

**Μονάδες 2**





Με τη βοήθεια κατάλληλου λογισμικού έκαναν μαθηματική προσαρμογή της γραφικής παράστασης θέσης – χρόνου και προέκυψε η παρακάτω **Εικόνα 5**.



Η καρτέλα στοιχείων που εμφανίστηκε πληροφόρησε την ομάδα για την συνάρτηση θέσης – χρόνου η οποία με ακρίβεια δύο δεκαδικών για τα παρεχόμενα στοιχεία είναι:

$$x = 0,04\eta\mu(6,62t + 3,94) \text{ στο S.I.}$$

## 2<sup>η</sup> Ερώτηση.

Συμφωνείτε ότι η εξίσωση κίνησης του βαριδιού είναι αυτή και γιατί;

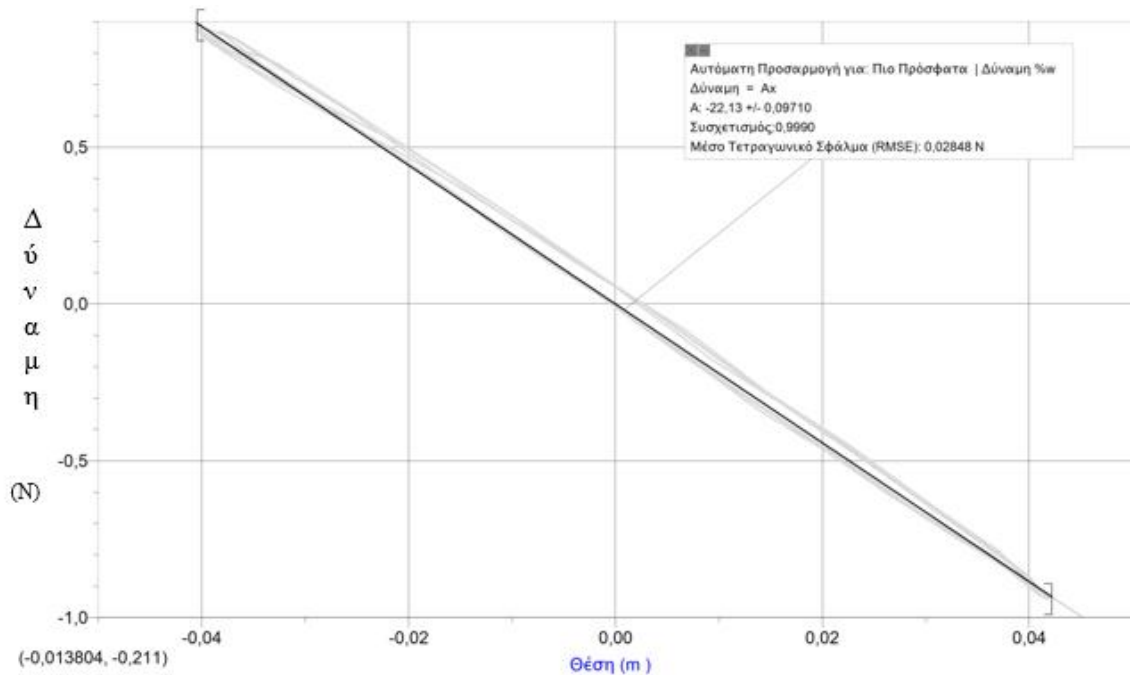
**Μονάδες 5**

### ΠΡΟΣΟΧΗ:

- Η γραφική παράσταση Θέσης – Χρόνου τέμνει τον άξονα θέσης στο  $(-0,03\text{m}, 0\text{s})$ .
- Κατά τους υπολογισμούς διαφόρων μεγεθών πιθανόν να προκύψουν μικρές διαφορές (στα δεκαδικά ψηφία) μεταξύ των τιμών που εσείς υπολογίζετε και των τιμών της μαθηματικής προσαρμογής. Αυτό να μην σας προβληματίσει και να συνεχίσετε την επεξεργασία με τις τιμές που εσείς υπολογίσατε.
- Όλα τα μεγέθη είναι μετρημένα σε μονάδες S.I.



Στη συνέχεια, η ομάδα μαθητών κατασκεύασε την γραφική παράσταση Δύναμης – Θέσης και την προσάρμοσαν μαθηματικά.

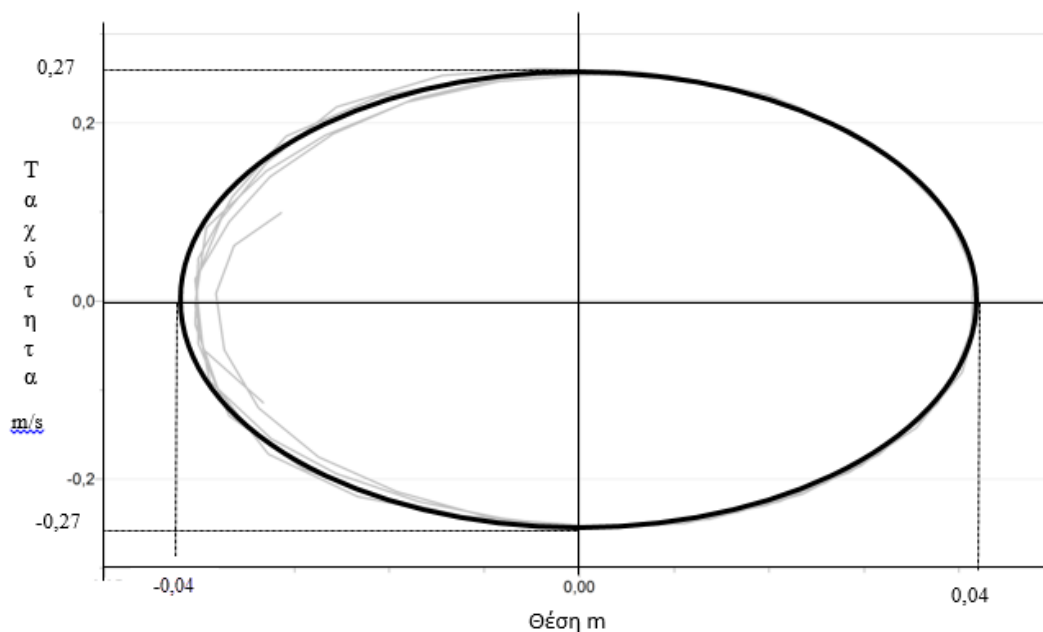


### 3<sup>η</sup> Ερώτηση.

Αξιοποιώντας τα στοιχεία της καρτέλας μαθηματικής προσαρμογής και την θεωρητική σας γνώση, να υπολογίσετε την μάζα του βαριδιού;

**Μονάδες 5**

**Τέλος** με τη βοήθεια του λογισμικού επεξεργασίας κατασκεύασαν την γραφική παράσταση ταχύτητας – απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας και την προσάρμοσαν μαθηματικά.







#### 4<sup>η</sup> Ερώτηση.

Με βάση τη θεωρητική γνώση που διαθέτετε δικαιολογείστε την μορφή της γραφικής παράστασης.

**Μονάδες 5**

Βέβαια η ομάδα των μαθητών απάντησε και σε άλλα ερωτήματα και μετά την ολοκλήρωση της μελέτης ο υπεύθυνος καθηγητής τους έθεσε ένα προβληματισμό.

#### 5<sup>η</sup> Ερώτηση.

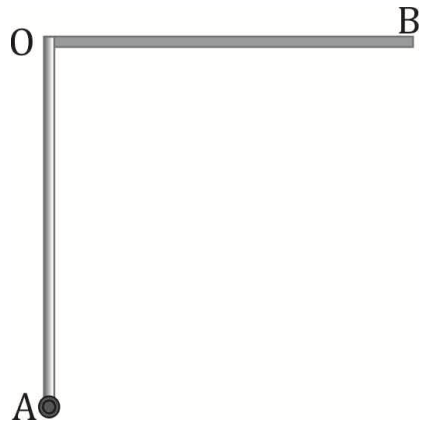
Χρησιμοποιώντας τα υλικά που διαθέτουν, θα μπορούσαν να αναγκάσουν το βαρίδι να ταλαντώνεται με νέα συχνότητα  $f' = \sqrt{2} \cdot f$  ;

Δώστε την δικής σας απάντηση εξηγώντας ακριβώς τι θα κάνατε και γιατί.

**Μονάδες 5**

### ΘΕΜΑ Δ

Δύο όμοιες λεπτές ισοπαχείς και ομογενείς ράβδοι ΟΑ, ΟΒ που έχουν μάζα  $M = 6\text{kg}$  και μήκος  $\ell = 1\text{m}$  η κάθε μία, συγκολλούνται στο ένα άκρο τους Ο και σχηματίζουν ορθή γωνία. Το σύστημα των δύο ράβδων μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα κάθετο στο επίπεδο ΑΟΒ, ο οποίος διέρχεται από το άκρο Α του συστήματος των δύο ράβδων. Το σύστημα αρχικά συγκρατείται στη θέση που το στέλεχος ΟΑ είναι κατακόρυφο και το ΟΒ οριζόντιο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η ροπή αδράνειας της κάθε ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της είναι  $I_{\text{cm}} = \frac{1}{12} M\ell^2$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα να περιστραφεί γύρω από τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο Α.



**Δ1.** Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του συστήματος των δύο ράβδων ως προς τον άξονα περιστροφής.

**Μονάδες 5**

**Δ2.** Να υπολογίσετε το λόγο  $\frac{v_O}{v_B}$ , των μέτρων των γραμμικών ταχυτήτων των σημείων (Ο) και (Β), όταν η ράβδος ΑΟ γίνεται οριζόντια για πρώτη φορά.

**Μονάδες 5**

**Δ3.** Να σχεδιάσετε και να υπολογίσετε την ολική επιτάχυνση του κέντρου μάζας της ράβδου ΟΑ τη χρονική στιγμή που θα ξαναγίνει κατακόρυφη για πρώτη φορά.

**Μονάδες 6**

**Δ4.** Τη μέγιστη γωνιακή ταχύτητα που θα αποκτήσει το σύστημα κατά την περιστροφή του για πρώτη φορά.

**Μονάδες 9**

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\eta\mu 18,5^\circ = 0,1\sqrt{10}$  και  $\sigma\upsilon\eta 18,5^\circ = 0,3\sqrt{10}$ .